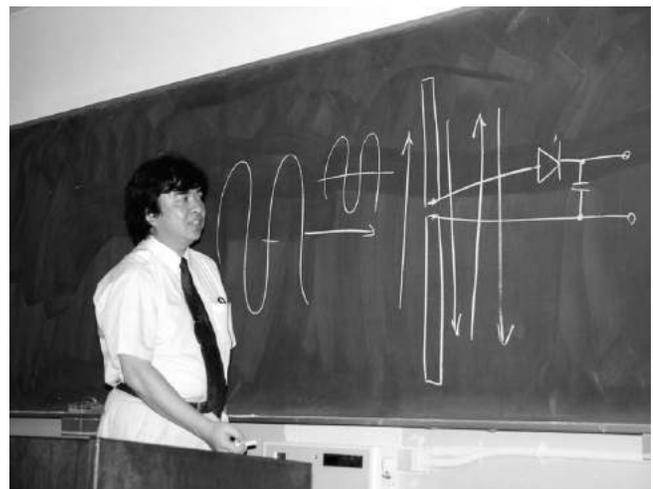


# 全世代にむけた産学人無線通信技術講座 ～その1 物理の中に出てくる数式～

私は30年以上、大手企業、中小企業で無線通信機器の設計、開発の仕事にかかわってきたが、あるご縁があり本誌に、現場の視点から連載記事を執筆することになった。近年の大企業における無線通信機器の設計、製造は、外部企業へ委託することが増え、それを受託する中小企業でも無線通信機器に関する広い知識が求められている。そこで、本誌の連載では、無線通信機器にかかわる中小企業や現場の人たち向けに、私が現場で体得してきた知識を書いてゆきたいと思う。

根日屋 英之



筆者、大学での講義風景（於日本大学）

## はじめに

無線通信の職場において、団塊の世代と若い世代間の技術者中間層の不足を感じる。また、職人として無線通信に携わってきた団塊の世代と、ゆとり教育世代との知識的な差も感じることがある。

ゆとり教育は、小学校5年生のときに円周率を3.14として教えることに変わりはなかったが、小数乗算の桁数制限が教育で変わったため、手計算では円周率を3として計算するという事になった。これで世間的に、ゆとり教育世代は円周率を3として計算するという誤解が蔓延してしまったようである。

現在の現場でも「ゆとり教育世代は…」とベテラン技術者が若手技術者を評価してしまうことがあるが、団塊の世代の人たちも、学生時代に習ったことを忘れてしまっていることが多いことも現実だと思う。そういう世代は、理論的な話になると、「無線は理論通りにはゆかず、経験からわかるものである。」と言うが、これも難しい数式を避けている口実なのかもしれない。

そこで、連載の第1回目としてゆとり教育の代名詞になっている円周率「 $\pi$ 」から、物理、電子工学、無線工学、電磁気学に出てくる基本的な式を整理してみた。

## 数式と物理現象を結びつける

私は東京電機大学で「ユビキタス無線工学」という講義を担当している。この講義は学生だけではなく、社会人の方々も受講できる公開講座になっている。その講義の第1回目では、「半径1の単位円（図1）を、常に頭の中にイメージせよ。」というメッセージからスタートする。そのメッセージを、みなさまにも受け入れていただき、本記事を読んでいただきたい。

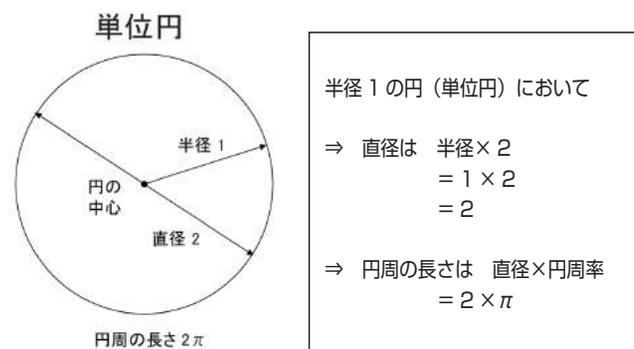


図1 数学と物理現象を結びつけるもの  
→それは半径1の単位円

## 数学と物理の出会いは半径「1」の単位円

みなさんは、学生時代に、  
 $360 [\text{度}] = 2\pi [\text{ラジアン}] \cdots [\text{式1}]$   
 という等式を見たことがあるだろう。試験の時には呪文のように覚えたが、これは、数学と工学（物理）を結びつける基本の架け橋なのである。単位円を考えたときに、数学的には円周を1周したときに  $360 [\text{度}]$  回転したと角度で表すが、物理の世界では道のり（長さ）で考える方が便利であることが多い。そこで、物理的には単位円を1周するということが、「円周の長さ = 直径 (2) × 円周率 ( $\pi$ )」なので、 $2\pi$  進んだと考える。ここで、数学と物理が単位円を1周することにおいて、[式1]の架け橋で両者が結ばれた(図2)。

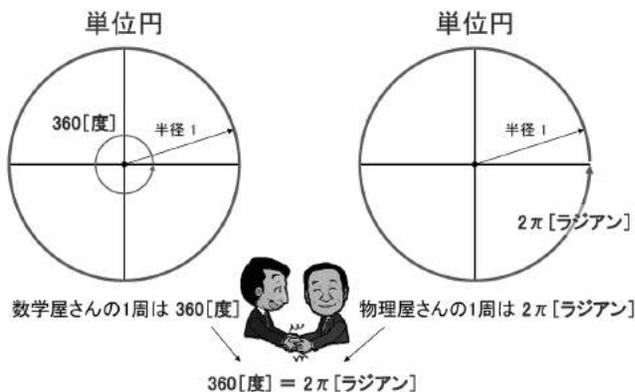


図2 数学者と物理学者が共通認識を持つ

ここで1 [ラジアン] とは何かを考えてみると、単位円の一部の円弧（扇形の円周）の長さが1ということなので、1 [ラジアン] は、単位円の円弧の長さが半径と等しいときという見方ができる。

$$1 [\text{ラジアン}] = 360 [\text{度}] / 2\pi \approx 57.296 [\text{度}] \cdots [\text{式2}]$$

## 三角関数も単位円で考える

今、単位円において、図3に示すように、中心から円周に向けて長さ「1」の棒に錘（おもり）を取り付けた回転振り子があるとイメージしてみよう。この回転振り子は、円周上をスタートポイントから等速で時計回りに回転していると看做す。

図4に示すように、その円周の側面（X軸の負方向のある距離の点）から回転振り子の運動を見ると、上下に単振動しているように見える。図5に時間経過に

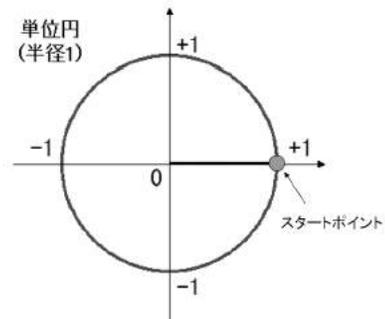


図3 単位円の中心から長さが1の回転振り子を考える

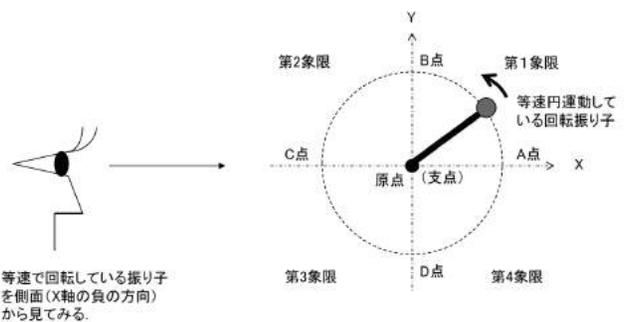


図4 回転振り子を単位円の側面から見る

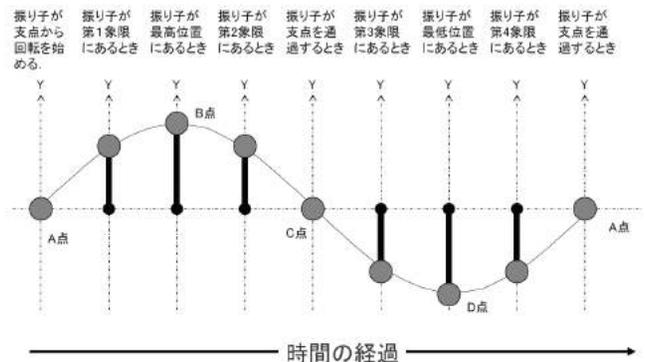


図5 時間経過にともなう振り子の上下方向の位置

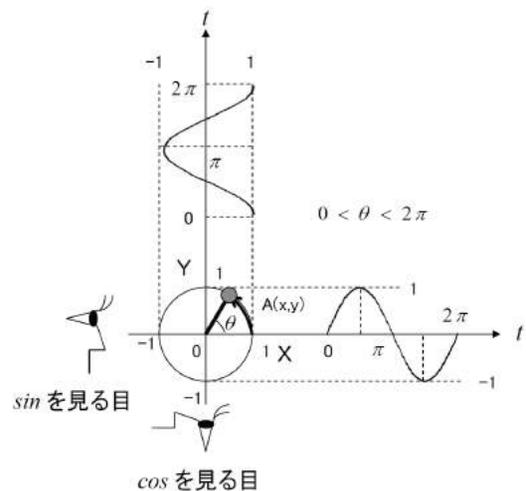


図6 正弦関数 (sin) と余弦関数 (cos)

ともなう振り子の上下方向の位置変化を示す。この図で時間変化（横軸）に対する振り子の錘の軌跡（縦軸）が三角関数の正弦関数（sin）となる。

正弦関数と余弦関数（cos）は、変化量を見る視点の位置が90度異なるだけで、この両者を同一平面に記すると、図6のように90度ずらして描くことができる。三角関数は、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \text{正弦関数} & : y = \sin \theta \\ \text{余弦関数} & : x = \cos \theta \\ \text{正接関数} & : y / x = \sin \theta / \cos \theta = \tan \theta \end{aligned} \quad \dots \text{ [式 3]}$$

三角関数は、 $\theta$ が0から $2\pi$ まで1回転すると、 $\theta = 0$ の位置に戻る。これは2回転、3回転... $n$ 回転、すなわち、 $\theta$ が $2\pi$ の整数倍の時にも、点Aは、 $\theta = 0$ の位置に戻る。このように、ある間隔で関数が元の状態に戻り、それが繰り返される関数を周期関数という。

### 周波数と角速度

図7に示すように、単位円の1周の長さは $2\pi$ である。では、この回転振り子が1秒間に $f$ 周回転したとき、この回転振り子が1秒間に移動する距離（速度）は $2\pi f$ となる。この $f$ を周波数（単位はHz）、 $2\pi f$ を角速度（単位はラジアン/秒）という。角速度を $\omega$ とし以下の式で表す。

$$\omega = 2\pi f \text{ [ラジアン/秒]} \quad \dots \text{ [式 4]}$$

これで、私たちが頻繁に見かける $\omega = 2\pi f$ が身近になった。 $\omega$ は回転振り子の速度（秒速）である。このとき、回転振り子が1周する時間 $T$ （単位は秒）を周期といい、

$$T = 1/f = \omega / (2\pi) \text{ [秒]} \quad \dots \text{ [式 5]}$$

と表す。

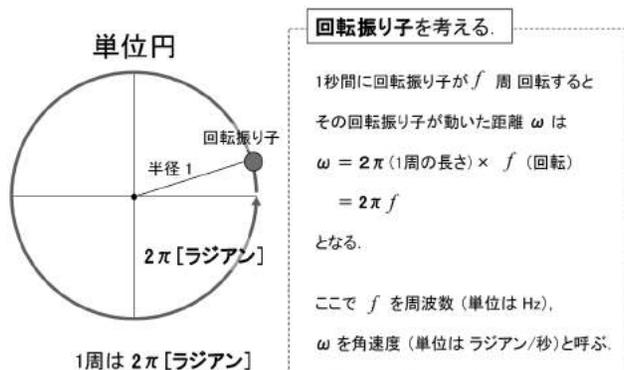


図7 周波数  $f$  と角速度  $\omega$

### 交流（高周波信号）の表記

図8に示すように、ある一定の速度  $v$  [m/秒] で時間  $t$  [秒] 進むと、道のり  $f(t)$  [m] の移動ができる。これを式で書くと、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \text{道のり } f(t) \text{ [m]} & = \text{速度 } v \text{ [m/秒]} \times \text{時間 } t \text{ [秒]} \\ & \dots \text{ [式 6]} \end{aligned}$$

図8を見ていた私は、この人のまっすぐ歩く軌跡が、オシロスコープで見る直流電圧に見えてしまい、これなら交流信号も、「道のり = 速度 × 時間」的な説明をしたらわかりやすいのではないかと考えた。

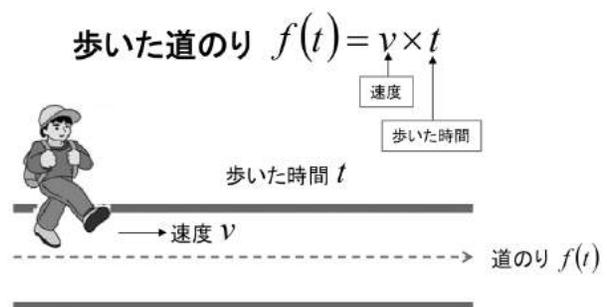


図8 道のり = 速度 × 時間

交流信号は、三角関数を用い、振幅を  $C$ 、各速度を  $\omega$ 、位相を  $\phi$  とすると、

$$f(t) = C \sin(\omega t - \phi) \quad \dots \text{ [式 7]}$$

と表される。交流信号なので、式7を単位円の基本式「 $f(t) = \sin(\omega t)$ 」として、図8にだぶらせて書いてみると、図9のようになる。

単位円の回転振り子のところで、1秒間に進む距離（角速度）は、 $\omega = 2\pi f$  [ラジアン] であった。これが  $t$  [秒] 回転が続くと、進む道のりは、

$$\text{道のり} = 2\pi f t = \omega t \quad \dots \text{ [式 8]}$$

となる。これが交流信号として図9に示す三角関数的な動きをしたときに、

$$\begin{aligned} f(t) = \sin(\text{道のり}) & = \sin(2\pi f t) \\ & \dots \text{ [式 9]} \end{aligned}$$

という表記も納得できる。

ここで、この運動は、三角関数、すなわち単位円上

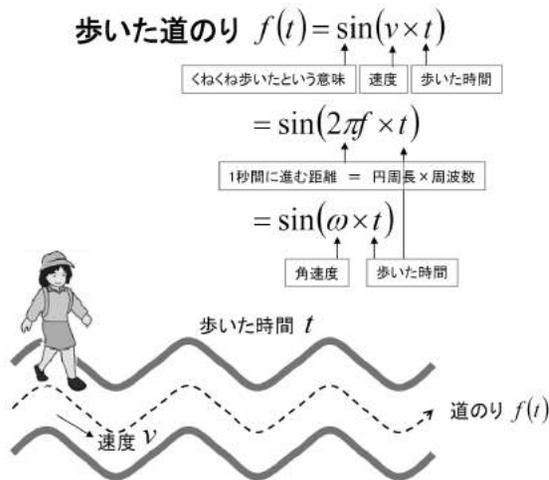


図9 交流的な歩き方

での回転振子を考えているので、 $-1 \sim +1$ の振幅になっている。しかし、交流信号の振幅はいろいろな値をとりうるので、その振幅を一般的に  $-C \sim +C$  の変化幅とすると、式9は、

$$f(t) = C \sin(2\pi ft) \dots \text{[式10]}$$

と書くことができる。この式は、スタートポイントを図3の位置に設定したときを表している。もし、スタートポイントから前方  $\phi$  [ラジアン] の地点から回転振子が回り始めたときに、進んだ距離を図3のスタートポイントからの位置として表す場合、その  $\phi$  の長さの補正が必要になる。すなわち、進んだ距離から  $\phi$  を差し引くことになる。となると、式10は、

$$f(t) = C \sin(2\pi ft - \phi) \dots \text{[式11]}$$

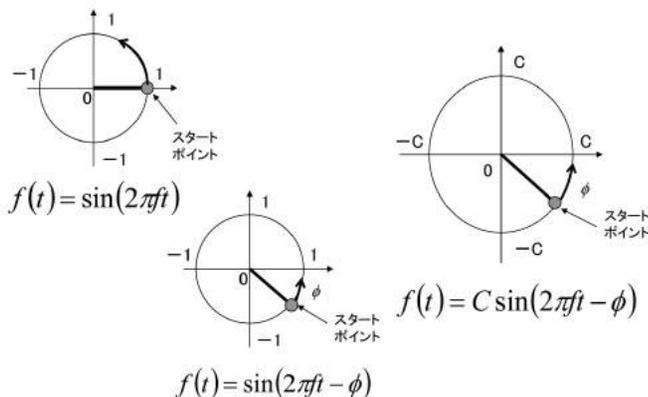


図10 振幅や位相の情報を式に取り込む

という書き方にたどりついた。これが、いろいろな本に出てくる交流の式7と同じになる。振幅や位相の情報を式に取り込む経緯を図10に示す。

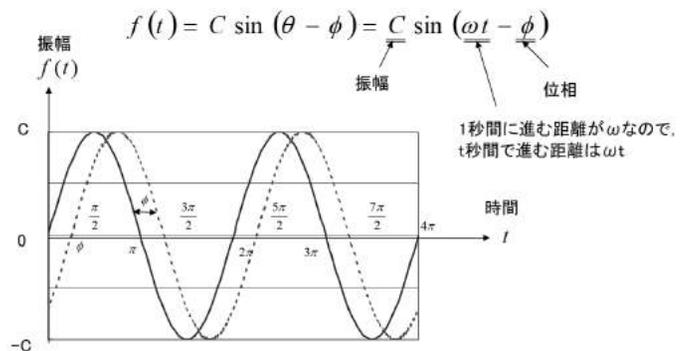


図11 交流信号の表現を整理した

式7を図11に整理しておこう。オシロスコープで見ることができる交流信号も、頭の中で式7と結びついた。

電磁波も交流信号である。実におもしろい。

<参考文献>

根日屋英之著、「高周波・無線教科書(第4版)」、ISBN 978-4789815413、CQ出版社

<筆者紹介>

根日屋 英之 博士(工学)



- ・株式会社 アンプレット 代表取締役社長
- ・峰光電子株式会社 技術顧問
- ・東京大学医学部附属病院 緩和ケア診療部 特任研究員
- ・東京電機大学 工学部第二部 電気電子工学科 非常勤講師

1980年に大学卒業後、自動車会社にて電装機器の設計、1981年より大学の研究所にて気象衛星リモートセンシングの研究、1984年より電機メーカーにてRFID、光通信機器、レーザ・レーダ、衛星搭載用通信機の開発に従事した。

1987年に無線通信機器に関する民間研究会社である株式会社アンプレットを設立し、代表取締役社長に就任、現在に至る。株式会社アンプレット設立後も、同社において無線通信機器の研究、開発、設計、試作を常に現役技術者として手がけながら、数社の無線通信機器メーカーの役員や技術顧問も兼務している。現在は、医療やヘルスケアに用いる近距離無線や人体通信の研究、開発に注力している。

2003年度 アントレプレナー オブ ザ イヤー (EOY Japan 2003) アカデミア部門、同年 オンラインショッピング大賞 最優秀ユビキタスネットワーク技術開発賞 (RFID) を受賞。